否定的定義による語の意味--古代インドの言語論（アポーハ論）を手がかりとして

上田　昇

On the negative definition of meaning of word
--from the standpoint of ancient Indian theory of meaning(*apoha*-theory)

Noboru Ueda

The division of meaning of word into extension and intension is argued in many philosophical studies of natural language. The present paper constructs, as it were, the third meaning of word on the extensional meaning of word. Given a set of words and a domain of objects, the third meaning, which shall be termed a value of word in this paper, is defined as follows:

The value of a word is represented by the maximum covering (=subset of words which can be applied to at least one object) of *apohya* (=subdomain of objects to any of which the word must not be applied).

The definition is hinted in an ancient Indian theory of language called *apoha*-thoery, or exclusion-theory of meaning. Our results concerning the value of word are as follows:

1. A negative term(nonA) is defined as a word whose value is represented by the muximum covering of the subdomain of objects(extension) which is determined by the complement of the maximum covering of the *apohya* of the word A.
2. The law of double negation does not hold; that is, the value of the term non-nonA is not always the value of the term A.
3. The law of triple negation holds; that is, the value of the term nonnonnonA is the value of the term nonA.
4. If the given set of words and domain of objects have a normal hierarchical structure which shall be specified in the body of the paper, then the law of double negation holds.
5. A compound term(AB) is defined as a word whose value is represented by the sum of the maximum coverings which represent the value of word A and B respectively.
6. Every word in an extended set of words has the same value irrespective of the order of the introduction of new words so long as each new word does not affect the extension and *apohya* of any of the pre-existing words.

しばしば、自然言語文の論理的分析は一階述語論理によって行なわれ、語の意味として外延の集合が割り当てられる。例えば、命題「人間は可死である」の意味解釈は、「人間」の集合（外延全体）が「可死（死ぬべきもの）」の集合に含まれることであるとされる。

しかし、その際の問題点の一つは、数学的対象である「偶数」や「自然数」の集合がいわば永遠不動のものであるのに対し、「人間」の集合や「可死」の集合は変動する、あるいは不確定であるということであろう。この外延の変動を理由に夙にJ.S.Millは上の命題の外延的解釈を退け、「人間」および「可死」の意味を内包とする解釈を採る。すなわち、「人間性は可死性のシルシ(a mark)である」と読み替える。

一方、ソシュール流の言語観は、言語を価値体系と見るものであり、語はその意味（価値）を他の語との対立によって獲得すると言う。表面上これと類似の言語観はインド思想史上も存在し、とりわけ仏教徒のディグナーガ（陳那 5世紀）のそれがアポーハ論として（インド思想の研究者の間では）広く知られている。筆者はインド仏教思想を専攻する者であるが、今回、アポーハ論をヒントにして語の意味を構想したところ、外延の変動に対して比較的安定的な意味（価値）を一定の語群における名辞は得ていると考えられ、それに基づいて、語群の階層構造の表現や否定名辞についていくつか結果が得られた。本論ではこれを、アポーハ論のインド思想史上の意味からは切り離して、語の意味を巡る一般的考察の一つとして論じたい。

アポーハ論の基本命題は次のようである。「語は他を排除（アポーハ）することによって自己の意味を語る」　我々はこれを次のことであると理解する。「語 Aの意味は語 Aが適用されない対象について適用可能な語の集合である」　今抽象的な意味で一つの言語共同体を考え、そこにおける一定の語群ωと対象の集合Uが所与であるとする。Uの要素（メンバー）p についてωの要素 Aが適用可能であると言語共同体が判定する場合、p は語 Aの artha（アルタ。意味、対象、などを意味するサンスクリット語）であると言うことにする。同様に、適用不可能であると判定される場合、p は語 Aのapohya（アポーフヤ。排除対象）と呼ぶ。ここで、同一対象が同一語のartha であり、なおかつapohyaであることはないものとする。（しかし、或る語のartha でないことは、その語のapohyaであることを必ずしも意味せず、逆に、或る語のapohyaでないことは、その語のartha であることを必ずしも意味するものではない。つまり、或る対象が或る語のartha でもなければapohya でもないという状況を一般には許す。）

用語定義。

U：所与の対象全体。

ω：所与の語群。

M(A)：ωの語 Aのartha の集合。

M(α)：ωの部分αの要素（語 A,B,...）のartha すべての集合（M(A),M(B) 等の和）。

D[A]：語 Aの apohya(排除対象）の集合。

被覆：Uの部分Nとωの部分αについて、Nの各要素（対象）がαの少なくとも一つの要素（語）のartha であるとき、αをNの被覆と呼ぶ。但し、Nのいずれの要素もartha としない語をαは含まないとする。

（以下、ωはUの被覆であるとする。）

価値：語群ωにおいて語 Aと語 Bの価値が等しいことを次のように定義する。

D[A]の任意の被覆がD[B]の被覆になっており、逆にD[B]の任意の被覆がD[A]の被覆になっている。言い換えれば、D[A]とD[B]は同一の被覆を有する。

この定義によっては語 Aの価値は直接には定義されないが、価値の対応物（表現）を与えることができる。つまり、D[A]の被覆すべての和集合、すなわちD[A]の最大被覆を以て語 Aの価値と見做すことができる。なぜなら次のことが示される（§1 参照）。

D[A]の最大被覆とD[B]の最大被覆が一致すれば、語 Aの価値と語 Bの価値は等しい。

C(A): 語 Aの価値。事実上D[A]の最大被覆。

C(Y)≦ C(X): D[X]の最大被覆がD[Y]の最大被覆を含む。

下位語・上位語: C(A) < C(P) のとき、P を Aの下位語、あるいは、A を Pの上位語と呼ぶ。

最下位語: 下位語を持たない語。

積: D[A]の最大被覆とD[B]の最大被覆の和集合を以て、価値C(A)と価値C(B)の積と定義し、C(A)×C(B)で表す。

否定（否定名辞）: 語 AについてD[A]の最大被覆がβであるとき、γをω −β（ωからβに含まれる語を除いたもの）とする。M(γ) の被覆すべての和集合をC(nonA) に対応づける。つまり、語nonAをM(γ) の最大被覆に対応する語として導入する。即ち、

D[nonA] = M(γ)

としてnonAを定義する。

以上のようにして定義構成された語群ωの価値体系について次のような結果が得られる。

1)ωの要素 Aについて C(non(nonA)) = C(A)--二重否定の除去--は一般には成立しない。また、これに関連して、M(nonA) + D[nonA] = UあるいはM(nonA) + M(A)= Uも一般には成立しない。しかし、 C(non(non(nonA))) = C(nonA)は成立する（§2 参照）。

なお、名辞non(nonA) は次のようにして定義される。

先のnonAの定義に引き続いて、

D[nonA] (=M(γ)) の最大被覆がΓであるとき、δをω −Γとする。M(δ) の被覆すべての和集合をC(non(nonA))に対応づける。つまり、語non(nonA) をM(δ) の最大被覆に対応する語として導入する。すなわち、

D[non(nonA)] = M (δ)

としてnon(nonA) は定義される。

C(non(nonA)) =C(A)が成立するための十分条件として次のものがある（§2 参照）。

ωが次の特徴Ⅰ, Ⅱ, Ⅲを持つとき、M(δ) = D[A]を導くことができ, 従って、このときC(non(nonA)) =C(A)となる。

Ⅰ: ωの任意の語 Zについて、Z の arthaは、Z が最下位語でなければ、Z の下位語の少なくとも一つのartha である。

Ⅱ: 最下位語どうしは共通の arthaを持たない。

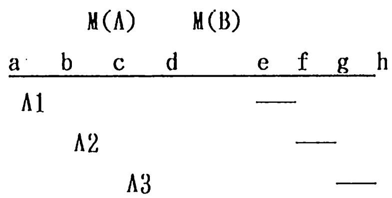
Ⅲ: M(A)= U −D[A]

通常の階層構造（樹構造）は特徴Ⅰ, Ⅱ, Ⅲを持つと考えられる。

2)ディグナーガは事実上次の条件を課す。「任意の語 Aについて、D[A]は無限集合でも構わないが、M(A)は有限集合でなければならない」 この条件の認識論上の意味は明らかでないが、この条件の下でも否定名辞を定義できる。なぜなら、Uが無限集合のとき、M(A)

＋ D[A] ＝ Uなら、U－M(A) つまりD[A]は無限集合であるが（M(A)は有限集合）、D[A]の被覆は無限集合であることができるからである。被覆の一語一語は有限個のartha しか持たないとしても、それら有限個のartha しか持たない語が無数あれば無限集合D[A]を覆うことは可能だからである。これに反して、M(nonA) ＝ U－M(A) として語nonAを導入することは、U－M(A) が無限集合であるから、できない。一方、我々の定義による否定名辞の意味（価値）はM(nonA) の確定を先行条件としていない。

3)C(non(nonA))=C(A) が成立しない例



U：線分ah　ω：A, B, A1, A2, A3

M(A)=ad, D[A]=dh, M(B)=de, D[B]=ad ＋ eh

M(A1)=ab ＋ ef, M(A2)=bc ＋ fg, M(A3)=cd ＋ gh, D[Ai]＝U－M(Ai)(i=1, 2, 3)

線分adとdhにおいて点 dはいずれか一方にのみ含まれるとする。他も同様。

D[A]の最大被覆：{B, A1, A2, A3}

ω －{B, A1, A2, A3} ＝ A

従って、nonAは, D[nonA] ＝ M(A)として導入される。

D[nonA] の最大被覆：{A, A1, A2, A3}

ω －{A, A1, A2, A3} ＝ B

従って、non(nonA) は、D[non(nonA)] ＝ M(B) として導入される。

D[non(nonA)]の最大被覆：B

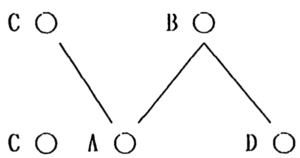
ゆえにD[non(nonA)]の最大被覆はD[A]のそれと一致しない。つまり、C(non(nonA)) =C(A)は成立しない。

M(nonA) およびM(non(nonA))はまだ確定していない。ここでnon は次の条件を満たすものとする。

語 Xについて、M(X)とM(nonX) の交わりは空集合である。

今、M(nonA)=D[A], M(non(nonA))=D[B] とすると, D[A]とD[B]の交わり =ehであるから、上のnon の条件に抵触する。そこで、例えば、M(nonA)=M(B), M(non(nonA))=D[B] とすることができる。この場合、M(non(nonA)) ＋ D[non(nonA)] ＝ Uは成り立つが、M(nonA) ＋ D[nonA] ＝ U、即ちM(nonA) ＋ M(A) ＝Uは成立しない（今の場合、D[nonA] ＝ M(A)であるから）。つまり、A のartha でもなければ nonA のartha でもないものが存在する。

C(non(nonA)) =C(A)が成立しない例（その2)



この図はC の下位語が生成途上であって、A 以外にまだ相応しい下位語が存在せず、C をそのまま用いる場合などを表す。（特徴 I を持っていない。）

D[A]の最大被覆{C, B, D}, ω－{C, B, D}＝ A, D[nonA]=M(A)

M(A)の最大被覆{C, B, A}, δ＝ ω－{C, B, A}＝ D, D[non(nonA)]＝ M(δ)=M(D)

M(D)の最大被覆{B, D}

ゆえに、D[non(nonA)]の最大被覆≠D[A]の最大被覆。即ち、C(non(nonA))≠C(A).

4)D[A]の最大被覆、およびD[B]の最大被覆は、それらの和集合に含まれるから、 C(A) ≦ C(A)× C(B) かつ C(B) ≦ C(A)×C(B)である。いま、語 Pが語 Aと語B の共通の下位語、つまりC(A) ＜ C(P) かつC(B) ＜ C(P) であるとする。C(A) ＜ C(P) はD[A]の最大被覆がD[P]のそれに真に含まれることを、また、C(B) ＜ C(P) はD[B]の最大被覆がD[P]のそれに真に含まれることを意味するから、このとき、D[A]の最大被覆とD[B]の最大被覆の和集合はD[P]の最大被覆に真に含まれるか、あるいは一致する。すなわち、C(A)×C(B) ≦ C(P)である。ここで、複合語 AB を

C(AB)=C(A)×C(B)

によって導入すると、上に述べたようにC(A)×C(B)はA とB の共通の下位語の価値のいずれにも真に含まれるか、あるいは等しい、すなわち最小の価値を有する。つまり、この式によって定義される複合語ABはA とB の共通の下位語のうち価値の最小のものである。

5)語群ωが階層構造（樹構造）を形成しているとは、ωの任意の語 Aについて、A の直接の上位語が高々一つ存在すること、言い換えれば、上位語・下位語の関係にない二つの異なる上位語を持たないこととして言い表すことができるであろう。これはC(x) ＜ C(A) となる語 xの集合において、価値について最大値を有する語が存在することを意味する。つまり、 C(P) ＜ C(A) であり、かつ、C(x) ＜ C(A) なる任意の P以外のx についてC(x) ＜ C(P) である、そのような語 Pが Aについて存在することを意味する。（A が最上位である場合はC(A)が最低値であるから、C(P) ＜ C(A) となる Pは存在しない。）

6)ωへの新名辞 Y, Zの導入がUの拡大を伴うものでない限り、もし {ω, Y, Z} の任意の語 xについてM(x)及びD[x]が拡大も縮小もしなければ、新名辞導入後の価値体系は新名辞の導入順に依存しない。すなわち、 {ω, Y, Z} の任意の語 xについて、ω + Y + Z（Y, Z の順にωを拡大した価値体系）におけるC(x)はω + Z + Y（Z, Y の順にωを拡大した価値体系）におけるC(x)と等しい。特別の場合として、否定名辞の導入によるωの拡大後の価値体系は導入の順序に依存しない。（§3 参照）

7)所与の集合Uの変動は、D[A]の最大被覆等が変化しない限り、直接にはωの価値体系を変えない。語 Aの価値C(A)はM(A)（artha)とD[A]（apohya）の上に構成されるが、Uの変動を直接被るものではない。

§1.D[A]の最大被覆とD[B]の最大被覆が一致すれば、語 Aの価値と語 Bの価値は等しい。

証明。D[A]の最大被覆とD[B]の最大被覆が一致するとする。D[A]に被覆として最大被覆しか存在しないときは、この被覆が同時にD[B]の被覆でもあることは自明。D[A]に最大被覆以外の被覆が存在する場合、その任意の一つをγとする。γがD[B]の被覆でないと仮定する。D[A]の最大被覆はγを含むが、いまD[A]の最大被覆はD[B]の最大被覆でもあるのだから、γを拡大した（γを含んだ）D[B]の被覆δが最大被覆への途中もしくは最終に必ず存在する。被覆δには含まれるがγには含まれない語の一つをQ とし、δを（γ,...,Q）と書く。D[A]の被覆の和集合（すなわち最大被覆）とD[B]の被覆の和集合（すなわち最大被覆）は一致するから、Q を含むD[A]の被覆が存在する。それを（Q,... ）と書く。ところが、γはD[A]の被覆であったから、語 Qのartha はγの少なくとも一つの語のartha である。従って、D[B]の被覆δすなわち（γ,...,Q）における語 Qを取り除いた語群（γ, ... ）が再びD[B]の被覆になっている。同じことが、被覆δには含まれるがγには含まれないいずれの語についても成り立つから、結局D[B]の被覆δはγに置き換えることができ、それゆえ、γはD[B]の被覆となる。しかし、これは、γがD[B]の被覆でないとした上の仮定と矛盾する。ゆえに、この仮定は否定される、すなわちγはD[B]の被覆でもある。つまり、D[A]の任意の被覆はD[B]の被覆となっている。

同様にして、D[B]の任意の被覆がD[A]の被覆であることが分かる。従って、語 Aの価値と語 Bの価値は等しい。

§2.二重否定除去の十分条件

定理 0. 語群ωが特徴Ⅲを持つとする。語 Zが語 Tの上位語である時、下位語 Tのartha は上位語 Zのartha でもある。

証明。上位語・下位語の定義より、D[Z]の最大被覆はD[T]の最大被覆に含まれる。p を Tのartha とする。もし、p がD[Z]の要素なら、T はD[Z]の最大被覆の要素である。従って、T はD[T]の最大被覆の要素となる。矛盾。故に、Z が Tの上位語ならば、T のartha はD[Z]の要素ではない。特徴ⅢによりM(Z)= U-D[Z] だから、T のartha は Zのartha でもある。証明終り。

定理 1. nonAの定義において、D[nonA] すなわちM(γ）の最大被覆がΓであるとき、語群ωが特徴Ⅰ, Ⅱ, Ⅲを持つなら、Γ= γ +{γの下位語} + {γの上位語} である。（ここで、{γの下位語} はγの各語の下位語全ての集合を、また{γの上位語} はγの各語の上位語全ての集合を意味する。なお、γの或る語の或る下位語（あるいは上位語）がγ自身の要素の場合もあるので、+ は必ずしも直和ではないが、便宜上単なる和集合の意味で+ を用いる。）

証明。Γがγを含むことは明らか。従って、定理 0. によりM({γの下位語}) はM(γ）に含まれるから、Γはγの下位語を全て含む。またΓがγの上位語を全て含むことも定理0.より明らか。さて、Γがγ +{γの下位語} + {γの上位語} に含まれない語を含むと仮定し、その語を Tとする。（従って、γあるいは{γの下位語} のどの語をとっても T はその上位語ではない。） TはM(γ）の最大被覆における語であるから,Tのartha でγの或る語 Sのartha であるものが存在する。つまり、Uの或る要素はγとは上位語・下位語

の関係にない語 Tとγの要素 Sの共通のartha になる。しかし、このようなことはあり得ない。なぜなら、特徴Ｉにより、このartha は Tおよび Sそれぞれの最下位語のartha となるが、特徴Ⅱにより、この二つの最下位語は同一でなければならない。ところが、 Sはγの語であるから、この最下位語はγまたは｛γの下位語｝に含まれるはずである。すると、 Tがγあるいは｛γの下位語｝（における語）の上位語であることになる。矛盾。
証明終り。

定理 2. 語群ωが特徴Ｉ，Ⅱ，Ⅲを持つなら、D[non(nonA)] = M（δ）として定義される語non(nonA) に関連して、M(δ) = D[A]である。

証明。先ず、D[nonA] = M(γ) として定義された語nonAに関連して、M(γ) + D[A] =Uである。なぜなら、γとM(γ) の定義から、M(γ) はＵ-D[A] に含まれ、また、A はγの要素だからM(A)はM(γ) に含まれる。一方、特徴Ⅲより、Ｕ-D[A]=M(A)。従ってＵ-D[A]はM(γ) に含まれる。故に、M(γ) = Ｕ-D[A] 、即ち、M(γ) + D[A] =Ｕ。

そこで、もし、M(γ) + M(δ) = Ｕなら、（M(γ) とD[A]の交わり、および M(γ) とM(δ) の交わりはいずれも空集合だから）M(δ) = D[A]である。従って、M(γ) + M(δ) = Ｕを証明すればよい。

定理 1. により、D[nonA] = M(γ) として定義された語nonAに関連して、Γ= γ + {γの下位語} + ｛γの上位語｝であるから、δ =ω -Γ =ω -γ - {γの下位語} - ｛γの上位語｝ = β - {γの下位語} - ｛γの上位語｝となる。（ここで、βはD[A]の最大被覆。γ =ω -β。） さて、もし、M(γ) + M(δ) = Ｕでないとするなら、γのartha でなくδのartha でもないＵの要素が存在する。それを pとする。Ｕ- M(γ) = D[A]で、D[A]はM(β) に含まれるから、p はM(β) の要素である。しかし、p はM(δ) の要素でないから、p は1)γの下位語のartha であるか、2)γの上位語のartha である。

1)の場合。p はγのどの語のartha でもないが、γの或る語の或る下位語のartha であることになるが、これは定理 0. と矛盾する。

2)の場合。p はγのどの語のartha でもないが、γの或る語の或る上位語のartha である。そのようなγの語およびその上位語を、それぞれ Y, Z とする。 Zは最下位語ではないから、特徴Ｉにより、p は Zの少なくとも一つの最下位語のartha である。p はM(γ) + M(δ) に含まれないから、Z は、Z の最下位語の少なくとも一つをγ +δ以外に有する。今、ωはＵの被覆であるから、特徴Ｉにより、最下位語全体はＵの被覆である。ω= Γ + δ= γ + {γの下位語} + ｛γの上位語｝ +δ であるから、このような Zの最下位語は｛γの下位語｝または｛γの上位語｝に含まれる。しかし、γの上位語であるとすれば、これは最下位語の定義（下位語を持たない語）に矛盾する。しかしまた、このような Zの最下位語がγの下位語であるとすると、p がγの下位語のartha となり、1)の場合に帰着し、矛盾。ゆえに、M(γ) + M(δ) = Ｕである。証明終り。

定理 3. C(non(non(nonA)))=C(nonA)

証明。D[A]の最大被覆をβ、γ= ω -β、D[nonA] = M(γ) とする。M(γ) の最大被覆をΓとし、δ= ω -Γ、D[non(nonA)] =M(δ) とする。M(δ) の最大被覆をΔとし、ε= ω -Δ、D[non(non(nonA))]=M(ε) とする。さて、M(ε) の最大被覆≠Γと仮定する。

1)M(ε) の最大被覆の或る要素 FがΓの要素でない場合。M(ε) の要素であって, F の artha であるものが存在するが、F はδに含まれるから、この Fのartha はM(δ) の要素である。ところが、M(ε) とM(δ) の交わりは空であるから、矛盾。

2)Γの或る要素 FがM(ε) の最大被覆の要素でない場合。M(γ) における Fのartha の一つを pとする。$\Gamma = \gamma + \lambda$と表す。ここで、$\lambda$はM($\gamma$) においてartha を有する、$\gamma$以外の語全てである（$\lambda$は$\beta$に含まれる）。また、$\Delta = \delta + \mu$と表す。ここで、$\mu$はM($\delta$) においてartha を有する、$\delta$以外の語全てである。すると、

$\delta = \omega - \Gamma = \omega - (\gamma + \lambda) = \omega - \gamma - \lambda = \beta - \lambda$.

$\varepsilon = \omega - \Delta = \omega - (\delta + \mu) = \omega - \delta - \mu = \omega - (\beta - \lambda) - \mu = (\omega - \beta) + \lambda - \mu = \gamma + \lambda - \mu$.

一方、M(δ) とM(γ) の交わりは空であるから、μとγの交わりも空である。（語 Zがμとγの交わりの要素であるとすると、Z はM(δ) の或る要素 pをartha とし、従って、 p はM(γ) に含まれることになり、M(δ) とM(γ) の交わりが空であることと矛盾する。）

従って、εはγを含む。よって、M(ε) はM(γ) を含む。 pはM(γ) の要素であったから、pはまたM(ε) の要素でもある。しかし、これは FがM(ε) の最大被覆でないとする仮定に反する。

1),2) により、M(ε) の最大被覆$\neq \Gamma$なる仮定は否定される。従って、
C(non(non(nonA)))=C(nonA). 証明終り。

§3. ωの拡大。

1. ωに新語 Zを追加した語群 {ω,Z} がωの拡大であるとは次のことを意味するものとする。（Uは変化しないものとする。）

   ωにおける任意の語 Aについて、D[A]の最大被覆は、 {ω,Z} におけるD[A]の最大被覆から、もしその被覆に Zが存在すれば、 Zを取り除いたものと一致する。

2. {ω,Z} がωの拡大であることをω+Zで表す。このとき、ωはω+Zの部分体系であると呼ぶ。

3. {ω,Y} がωの拡大である時、これに新語 Zを加えたものがω+Yの拡大であるとき、これをω+Y+Zで表す。

4. ω+Zにおける Zと、ω+Y+Zにおける Zが同一語であるとは、次のa),b) が成り立つことを意味するものとする。

   a) ω+ZにおけるM(Z)と、ω+Y+ZにおけるM(Z)が同一

   b) ω+ZにおけるD[Z]と、ω+Y+ZにおけるD[Z]が同一

5. ω及びUに関して、次の条件R,S が成り立つものとする。

   条件R:語群ωを拡大したとき、ωの任意の語x について、x のartha の集合M(x)は拡大も縮小もしない。

   条件S:語群ωを拡大したとき、ωの任意の語x について、x のapohyaの集合D[x]は拡大も縮小もしない。

6. ω+Zにおける Aの最大被覆をC(ω+Z,A) で表わす。また、ω+Y+ZにおけるD[A]の最大被覆C(ω+Y+Z,A) からY を取り除いた語群（もしこの最大被覆に Yが存在しなければC(ω+Y+Z,A) そのもの）をC(ω+[Y]+Z,A) で表わす。同様に、C(ω+Z,A) からZ を取り除いた語群（もし、C(ω+Z,A) にZ が存在しなければ、C(ω+Z,A) そのもの）をC(ω+[Z],A) で表

わす。またC(ω+[Y]+Z,A) からZ を取り除いたもの（もし、C(ω+[Y]+Z,A) にZ が存在しなければ、C(ω+[Y]+Z,A) そのもの）をC(ω+[Y]+[Z],A) で表わす。

補助定理　語群ωに新語Z を加えてできる価値体系（ωの拡大ω+Z）は、語群ωに新語Y,Z をこの順に加えてできる価値体系（ω+Y+Z）の部分体系である。つまり、ω+Zにおける D[A]（A はω+Zの要素）の最大被覆はω+Y+ZにおけるD[A]の最大被覆からY を取り除いたもの（もしその最大被覆中に Yが存在しなければその最大被覆そのもの）として得られる。これをC(ω+Z,A)=C(ω+[Y]+Z,A) で表わす。

証明。ω+Zの或る要素A が存在して、C(ω+Z,A) ≠C(ω+[Y]+Z,A) と仮定する。

1)C(ω+Z,A) の要素であるが、C(ω+[Y]+Z,A) の要素ではない語が存在するとした場合。

先ず、この語がY でないことは、Y がω+Zに含まれないから明らか。この語がωの要素であったとし、これをB とする。B はω+ZにおいてはD[A]の最大被覆に含まれるが、ω+Y+ZにおいてはD[A]の最大被覆に含まれない。条件R,S が成り立つとき、上のようなB はあり得ない。なぜなら、ω+Zにおいて語B のartha(その中にD[A]の要素が必ずある）は、条件 R（「拡大しない」）により、ωにおいてもB のartha であるから、ω+Y+Zにおいても、条件 R（「縮小しない」）により、B のartha である。従って、条件 Sにより、B はω+Y+ZにおけるD[A]の最大被覆の要素となり、矛盾。ゆえに、この語はZ でなければならない。

2)C(ω+[Y]+Z,A) の要素であるが、C(ω+Z,A) の要素ではない語が存在するとした場合。

先ずこの語は、C(ω+[Y]+Z,A) の要素だから、Y でないことは明らか。この語がωの要素であったとし、これをB とする。B はω+ZにおいてはD[A]の最大被覆に含まれないが、ω+Y+ZにおいてはD[A]の最大被覆に含まれる。しかしこのようなB はあり得ない。なぜなら、ω+Zにおいて語B のartha でないもの（例えばD[A]の要素）は、条件R により、ωにおいてもB のartha でないから、ω+Y+Zにおいても、条件R により、B のartha でないからである。従って、この語はZ でなければならない。

3)語Z がC(ω+Z,A) の要素であるが、C(ω+[Y]+Z,A) の要素ではないと仮定する。

これは次の3-1)と3-2)が共に成り立つことを意味する。

3-1)ω+Zにおいて,Zのartha であって、D[A]の要素でもあるものが存在する。

3-2)ω+Y+Zにおいて,D[A] の要素はZ のartha でない。

3-1)からA はZ でない。条件S により，ω+ZにおけるD[A]とω+Y+ZにおけるD[A]は同一である。すると3-1),3-2) から、ω+ZにおいてはM(Z)の要素であるがω+Y+ZにおいてはM(Z)の要素でないものが存在する。しかし、これは4.の条件a と矛盾する。

4)語Z がC(ω+Z,A) の要素ではないが、C(ω+[Y]+Z,A) の要素であると仮定する。

これは次の4-1)と4-2)が共に成り立つことを意味する。

4-1)ω+Zにおいて,D[A] の要素はZ のartha でない。

4-2)ω+Y+Zにおいて,Zのartha であって、D[A]の要素でもあるものが存在する。

4-2)からA はZ ではない。条件S により，ω+ZにおけるD[A]とω+Y+ZにおけるD[A]は同一である。すると、4-1),4-2) から、ω+ZにおいてはM(Z)の要素でないがω+Y+ZにおいてはM(Z)の要素であるものが存在する。しかし、これは4.の条件a と矛盾する。

以上により、ω+Zの或る要素A が存在して、C(ω+Z,A) ≠C(ω+[Y]+Z,A) と仮定すると矛盾が生ずる。故に、C(ω+Z,A)=C(ω+[Y]+Z,A) 。補助定理証明終わり。

定理　新名辞の導入後の価値体系は導入順に依存しない。つまり、{ω, Y, Z} の任意の語 xについて、C(ω+Y+Z, x)=C(ω+Z+Y, x)

証明。先ず、x がωの要素の場合を証明する。

F をC(ω+Y+Z, A) の要素とする。ここで、Aはωの要素。

1)F ≠Y, F≠Z のとき。

補助定理によりC(ω+Z, A)=C(ω+[Y]+Z, A) 即ち、ω+Zはω+Y+Zの部分体系だから、C(ω+[Z], A)=C(ω+[Y]+[Z], A). また、C(ω, A)=C(ω+[Z], A) だから、C(ω, A)=C(ω+[Y]+[Z], A). 従って、F はC(ω, A) の要素であり、従ってC(ω+Z+Y, A) の要素である。

2)F=Y のとき。

F がC(ω+Z+Y, A) の要素でないとすると、D[A]の任意の要素p について、ω+Z+Yにおいてp はY のartha でない。ところが、Y はC(ω+Y+Z, A) の要素であるから、D[A]の或る要素はω+Y+ZにおいてY のartha である。ω+YにおけるM(Y)= ω+Y+ZにおけるM(Y)（条件R より）、ω+YにおけるM(Y)= ω+Z+YにおけるM(Y)（4.の条件a より）であるから、D[A]不変（条件 S）を考慮すれば、矛盾。ゆえに、F はC(ω+Z+Y, A) の要素である。

3)F=Z のとき。

2)と同様に、F はC(ω+Z+Y, A) の要素である。

1), 2), 3)により

C(ω+Y+Z, A) の要素はことごとくC(ω+Z+Y, A) の要素である.

同様に、

C(ω+Z+Y, A) の要素はことごとくC(ω+Y+Z, A) の要素である.

故に

C(ω+Y+Z, A)=C(ω+Z+Y, A).

以上で、x がωの要素の場合C(ω+Y+Z, x)=C(ω+Z+Y, x) が証明できた。

x=Yの場合。F をC(ω+Y+Z, Y) の要素とする。1) F≠Z のとき。F はωの要素である。補助定理によりC(ω+Y, Y)=C(ω+[Z]+Y, Y) だから、F はC(ω+Z+Y, Y) の要素である。2)F=Z のとき。F がC(ω+Z+Y, Y) の要素でないとすると、D[Y]の任意の要素p について、ω+Z+Yにおいてp はF のartha でない。ところが、F はC(ω+Y+Z, Y) の要素であるから、D[Y]の或る要素はω+Y+ZにおいてF のartha である。ω+Z+YにおけるM(F), D[Y] はω+Y+ZにおけるM(F), D[Y] にそれぞれ等しい（4.の条件a, b より）から矛盾。故にF はC(ω+Z+Y, Y) の要素である。逆にC(ω+Z+Y, Y) の要素はC(ω+Y+Z, Y) の要素であることが同様に示せる。故に、C(ω+Y+Z, Y)=C(ω+Z+Y, Y).

x=Zの場合。同様に、C(ω+Y+Z, Z)=C(ω+Z+Y, Z).

従って、{ω, Y, Z} の任意の語 xについて、C(ω+Y+Z, x)=C(ω+Z+Y, x).　証明終わり。

特別の場合として、否定名辞の導入後の価値体系は、否定名辞の導入順に依存しない。

文教大学非常勤講師　Part-time Lecturer, Bunkyo University